

# 锚杆拉拔力学作用机制的 DDA 方法模拟研究

甯尤军<sup>1,2</sup>, 张仲秋<sup>1</sup>, 聂雯<sup>3</sup>, 吕昕阳<sup>1</sup>

(1. 西南石油大学机电工程学院, 610500 成都; 2. 西南石油大学工程安全评估与防护研究院, 610500 成都; 3. 河北工业大学土木与交通学院, 300401 天津)

**摘要:** 为研究锚杆拉拔实验中锚杆与岩体间的力学作用过程和机制, 在非连续变形分析 (discontinuous deformation analysis, DDA) 方法中实现锚杆-岩体界面耦合作用算法, 采用多线性黏结滑移界面模型模拟锚杆的滑移脱黏, 并针对锚杆拉拔力作用节点和脱黏节点提出专门算法。通过模拟结果与实验结果的对比, 对文献中的三线性 and 四线性黏结滑移界面模型进行参数修正, 并验证所提锚杆-岩体界面耦合作用算法的正确性和适用性。通过基于修正参数的多线性黏结滑移界面模型的锚杆拉拔 DDA 模拟, 研究了锚杆的拉拔力-拉拔位移关系, 以及不同拉拔力条件下锚杆-岩体界面切应力和锚杆轴力的分布与变化规律, 并探讨了锚杆弹性模量对锚杆拉拔力学响应的影响。锚杆-岩体界面耦合作用算法的实现, 也为岩体锚固的 DDA 模拟分析创造了条件。

**关键词:** 锚杆拉拔; 黏结滑移模型; 轴力; 界面切应力; 非连续变形分析

**中图分类号:** U455.7 + 1      **文献标志码:** A

## DDA simulation study on the mechanical interaction mechanism of rock bolt pullout

NING Youjun<sup>1,2</sup>, ZHANG Zhongqiu<sup>1</sup>, NIE Wen<sup>3</sup>, LÜ Xinyang<sup>1</sup>

(1. School of Mechatronic Engineering, Southwest Petroleum University, 610500 Chengdu, China; 2. Research Institute of Engineering Safety Assessment and Protection, Southwest Petroleum University, 610500 Chengdu, China; 3. School of Civil and Transportation Engineering, Hebei University of Technology, 300410 Tianjin, China)

**Abstract:** To study the mechanical interaction process and mechanism between rock bolt and rock mass in the pullout experiment, an interface coupling algorithm between the rock bolt and rock mass is introduced into the discontinuous deformation analysis (DDA) method, and the slip debonding of the rock bolt in the rock mass is represented by multi-linear bond-slip interface models. By comparing the simulation results with the experimental results, the parameters of the tri-linear and four-linear bond slip interface models from literatures are revised, and the correctness and applicability of the proposed interface coupling algorithm are validated. Through DDA simulations of rock bolt pullout based on the multi-linear bond-slip interface models with revised parameters, the pulling force and displacement relationship, and the distribution and variation rules of the interface shear stress and bolt axial force under different pulling force levels

收稿日期: 2021-11-17

修回日期: 2022-02-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 51908186)

通信作者: 甯尤军, 研究员。E-mail: enningyj@foxmail.com

引用格式: 甯尤军, 张仲秋, 聂雯, 等. 锚杆拉拔力学作用机制的 DDA 方法模拟研究[J]. 应用力学学报, 2022, 39(3): 536-542, 553.

NING Youjun, ZHANG Zhongqiu, NIE Wen, et al. DDA simulation study on the mechanical interaction mechanism of rock bolt pullout[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(3): 536-542, 553.

are studied. The influence of the rock bolt modulus on the rock bolt pullout mechanical response is also investigated.

**Key words:** rock bolt pullout; bond-slip model; axial force; interface shear stress; discontinuous deformation analysis

岩体的锚杆加固广泛应用于地下开挖工程、岩体边坡工程和矿山工程等<sup>[14]</sup>。岩体锚固通过锚杆将载荷从不稳定岩体区传递至稳定岩体区,力学作用过程和机制复杂,涉及锚杆与岩体(含灌浆层)的变形,以及锚杆与岩体间的相互作用<sup>[5-10]</sup>。通常采用拉拔实验来研究锚杆与岩体间的锚固机制、锚杆轴力变化和界面切应力分布规律等。

国内外学者围绕锚杆拉拔的理论推导和实验、数值模拟等方面开展了较多研究。如李鹏飞等<sup>[11]</sup>基于四线性黏结滑移界面模型,对拉拔力作用下锚杆界面的渐进失效机理以及界面的切应力分布规律进行了理论分析;荣冠等<sup>[12]</sup>通过实验研究了以螺纹钢和圆钢为杆体的全长黏结砂浆锚杆的锚固机理和破坏形式;刘波等<sup>[13]</sup>对锚杆和砂浆界面的黏接滑移关系进行了实验研究,并推导了界面在弹性、塑性软化以及开裂滑移阶段的力学模型;Martin 等<sup>[14]</sup>提出了以锚杆半径、锚杆拉拔端位移和锚杆-岩体界面本构关系为输入参数,能够预测拉拔实验中全灌浆锚杆力学性能的解析方法;Ivanovic 等<sup>[15]</sup>基于锚杆与岩体的界面作用模型,对锚杆拉拔脱黏破坏行为进行了研究,并重点探究了界面屈服和软化的影响。Ma 等<sup>[16]</sup>采用 FLAC<sup>2D</sup> 模拟了锚杆拉拔中不同围压、岩体 Q 值以及岩体不连续面条件下锚杆与岩体间的相互作用。车纳等<sup>[17]</sup>采用离散元软件 PFC 模拟了绿片岩内的锚杆拉拔过程,对不同锚固长度、围压条件下锚杆的破坏机理进行了研究。

在数值模拟方法中,非连续变形分析(discontinuous deformation analysis, DDA)方法能够充分考虑岩体的不连续特性,在岩体的大位移和大变形分析方面具有独特优势,已成为岩石力学问题分析的重要数值方法<sup>[18-23]</sup>。对于锚杆拉拔的 DDA 数值模拟, Nie 等<sup>[24-25]</sup>根据拉拔过程中灌浆锚杆与岩体间界面的力学行为,推导了锚杆-岩体耦合作用算法并集成到 DDA 当中,模拟研究了不同端部条件和界面刚度对锚固效果的影响;Ma 等<sup>[26]</sup>将锚杆-岩体界面黏结滑移关系简化为三线性模型,通过 DDA 模拟锚杆拉拔,研究了界面切应力的变化特征和界面脱黏;王文等<sup>[27]</sup>在 DDA 中加入了位移收敛判断准则,考虑了

锚杆的塑性变形,通过锚杆拉拔模拟验证了算法的正确性;Yokota 等<sup>[28]</sup>采用 DDA 模拟锚杆拉拔,研究了锚杆-岩体界面的力学行为,探究了锚杆肋面角度、肋面间隔以及围压等参数对锚固效果的影响。

上述研究均在一定程度上考虑了锚杆拉拔中的锚杆-岩体界面耦合作用,但对锚杆拉拔的力学作用机制的探讨仍有待深入。本研究在 DDA 中引入考虑滑移脱黏的锚杆-岩体界面耦合作用算法,通过 DDA 模拟系统分析拉拔过程中锚杆与岩体间的界面切应力分布规律与界面的滑移脱黏过程,锚杆轴力的变化规律,以及他们与锚杆的拉拔力-拉拔位移曲线间的关系,从而深入揭示锚杆拉拔的力学作用过程和机制。

## 1 锚杆拉拔的 DDA 模拟方法

图 1 为锚杆拉拔 DDA 模拟模型示意图,在此基础上建立锚杆-岩体界面耦合作用算法。锚杆被  $n$  个等距节点划分成锚杆单元,第 1 个和第  $n$  个锚杆节点分别位于锚杆拉拔端和嵌入端,并以拉拔端为原点,以指向嵌入端为  $x$  轴正方向建立锚杆局部坐标系。在锚杆节点相同位置设置岩石节点,且锚杆节点和岩石节点编号相同。岩体划分为三角形 DDA 子块体单元<sup>[29-30]</sup>,以模拟岩体的变形。由于在端部的轴向拉拔作用下,锚杆的弯曲变形可以忽略,因此对于锚杆,以下只考虑其轴向变形。

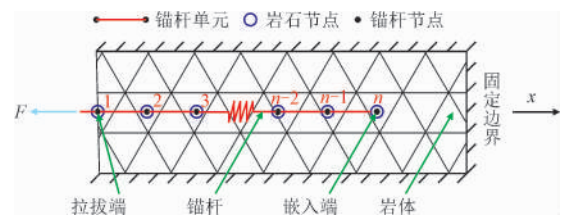


图 1 锚杆拉拔 DDA 模拟模型示意图

Fig. 1 Illustration of DDA model to simulate rock bolt pullout

在锚杆拉拔实验中,随着拉拔力的增加,锚杆与岩体间界面的切向变形逐渐增大,发生剪切滑移并致脱黏。为模拟此现象,引入锚杆与岩体界面切向耦合作用的多线性黏结滑移界面模型<sup>[11,13]</sup>,如图 2 所示。

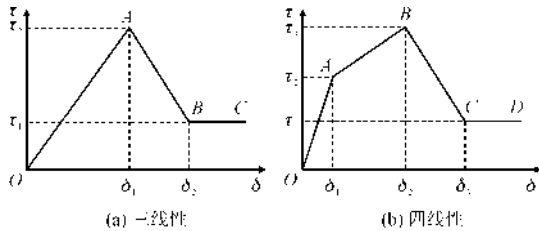


图2 多线性黏结滑移界面模型

Fig. 2 Multilinear bond-slip interface models

图2中 $\delta$ 为锚杆节点与岩体节点的切向相对位移,  $\tau$ 为节点相邻锚杆单元与岩体间的界面切应力, 切应力与节点相对位移呈多阶段线性关系。在三线性界面模型中,  $OA$ 、 $AB$ 和 $BC$ 分别为弹性阶段、塑性软化阶段和脱黏阶段。在四线性界面模型中,  $OA$ 、 $AB$ 、 $BC$ 和 $CD$ 分别为弹性阶段、塑性剪胀阶段、塑性软化阶段和脱黏阶段。对于第 $i$ 线性段, 定义模型参数 $k_i$ 和 $c_i$ 分别为

$$k_i = \frac{\tau_{i+1} - \tau_i}{\delta_{i+1} - \delta_i} \tag{1a}$$

$$c_i = \frac{\tau_i \cdot \delta_{i+1} - \tau_{i+1} \cdot \delta_i}{\delta_{i+1} - \delta_i} \tag{1b}$$

锚杆拉拔过程中, 锚杆单元(长度为 $dx$ )的受力如图3所示。锚杆单元与岩体间的切向力 $F_{s,x}$ 和锚杆的轴向应力 $\sigma_{b,x}$ 间的关系为

$$(\sigma_{b,x} + d\sigma_{b,x} - \sigma_{b,x}) \cdot A_b = -F_{s,x} \cdot dx \tag{2a}$$

$$\frac{\sigma_{b,x}}{dx} = -\frac{F_{s,x}}{A_b} \tag{2b}$$

式中 $A_b$ 为锚杆横截面积。

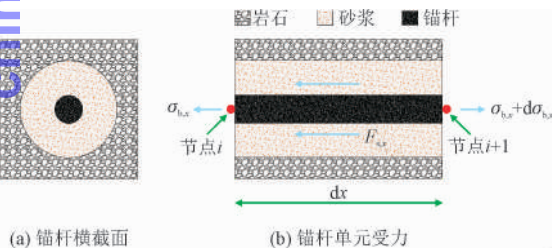


图3 锚杆横截面及锚杆单元受力示意图

Fig. 3 Illustrations of rock bolt cross-section and force analysis of bolt element

通过推导可以得到, 锚杆节点 $i$ 的平衡方程如下<sup>[24,26]</sup>。

$$-\frac{A_b E_b}{x^{i-1} - x^i} \cdot U_b^{i-1} + \left( \frac{A_b E_b}{x^{i-1} - x^i} + \frac{A_b E_b}{x^i - x^{i+1}} + \frac{x^{i-1} - x^{i+1}}{2} \cdot \pi D \cdot k(i) \right) \cdot U_b^i - \frac{A_b E_b}{x^i - x^{i+1}} \cdot U_b^{i+1} = \frac{x^{i-1} - x^{i+1}}{2} \cdot \pi D \cdot k(i) \cdot U_r^i + \frac{x^{i-1} - x^{i+1}}{2} \cdot \pi D \cdot c(i) \tag{3}$$

式中: $E_b$ 为锚杆弹性模量; $x^i$ 为节点 $i$ 的坐标; $U_b^i$ 、 $U_r^i$ 分别为锚杆节点 $i$ 和岩石节点 $i$ 沿锚杆轴向的位移; $D$ 为锚杆直径。对于直接施加拉拔力 $F$ 的第1个节点, 上式改写为

$$\left( \frac{A_b E_b}{x^1 - x^2} + \frac{x^1 - x^2}{2} \cdot \pi D \cdot k(1) \right) \cdot U_b^1 - \frac{A_b E_b}{x^1 - x^2} \cdot U_b^2 = \frac{x^1 - x^2}{2} \cdot \pi D \cdot k(1) \cdot U_r^1 + \frac{x^1 - x^2}{2} \cdot \pi D \cdot c(1) + F \tag{4}$$

在 DDA 模拟中, 拉拔力 $F$ 随 DDA 时步线性增加。岩石的节点位移 $U_r^i$ 采用上一时步的 DDA 计算结果, 进而由式(3)和式(4)建立锚杆节点系统平衡方程组, 并采用高斯消元法求解更新锚杆节点位移 $U_b^i$ 。当锚杆节点与岩石节点的相对位移进入脱黏阶段, 为避免方程组的奇异(脱黏阶段相同的界面切应力/节点力对应的节点相对位移不唯一), 该节点的计算不再进入节点系统平衡方程, 即节点平衡方程个数减少。对于脱黏的节点, 以相邻未脱黏节点为基准, 通过锚杆单元伸长量的计算来更新其位移。锚杆单元的伸长量计算如下。

$$\Delta l = \frac{F_N \cdot l}{E \cdot A_b} \tag{5}$$

式中: $F_N$ 为单元轴力; $l$ 为单元长度。根据脱黏锚杆节点与岩石节点间的相对位移, 由多线性黏接滑移界面模型插值得到单元界面切应力, 并等效为节点力计入节点系统平衡方程组的 $F$ 中。

## 2 锚杆拉拔的 DDA 模拟分析

首先针对文献中的2组拉拔实验, 在文献中的多线性界面模型参数的基础上, 基于 DDA 模拟对界面模型参数进行修正, 并对锚杆拉拔力-拉拔位移、轴力及界面切应力进行模拟和分析。此外还针对锚杆的弹性模量进行了参数分析。

### 2.1 界面模型参数修正及拉拔力-拉拔位移分析

刘波等<sup>[13]</sup>进行了锚杆拉拔的现场实验, 其中锚杆长度 $L=3\text{ m}$ , 直径 $D=42\text{ mm}$ , 弹性模量 $E_b=210\text{ GPa}$ ; 围岩材料为细石混凝土, 密度 $\rho=2.1 \times 10^3\text{ kg/m}^3$ , 弹性模量 $E_r=25.6\text{ GPa}$ , 泊松比 $\mu=0.26$ 。文献[13]还在实验基础上开展理论推导分析, 得到锚杆-岩体界面的三线性界面模型参数。针对相同实验, 李鹏飞等<sup>[11]</sup>则经过理论推导分析得到了锚杆-岩体界面的



四线性界面模型参数,均列于表 1。

图 4 给出了文献[13]及文献[11]中锚杆拉拔力-拉拔位移实验曲线,以及与表 1 中文献[13]及文献[11]三线性及四线性模型参数所对应的理论模型拉拔力-拉拔位移曲线。可以看出,理论和实验所得拉拔力-拉拔位移曲线存在较大差异。当采用文献[13]和文献[11]中的模型参数时,通过 DDA 模拟得到的拉拔力-拉拔位移曲线与实验结果同样存

在明显差异。因此,本研究在以上三线性和四线性界面模型参数的基础上,在 DDA 模拟中对模型参数进行不断调整,通过 DDA 模拟得到的拉拔力-拉拔位移曲线与实验曲线进行比较,分别得到修正后的三线性和四线性界面模型参数(见表 1)。从图 4 可以看出,在 DDA 模拟中,采用修正后的三线性和四线性界面模型均能更好地吻合实验结果,并且四线性界面模型得到的结果与实验结果贴合更好。

表 1 多线性黏结滑移界面模型参数  
Tab. 1 Parameters of the multi-linear bond-slip interface models

模型类型	$\delta_1/\text{mm}$	$\tau_1/\text{MPa}$	$\delta_2/\text{mm}$	$\tau_2/\text{MPa}$	$\delta_3/\text{mm}$	$\tau_3/\text{MPa}$
文献[13]的三线性模型	0.21	3.84	0.38	1.15		
修正后的三线性模型	0.21	3.84	0.38	0.90		
文献[11]的四线性模型	0.10	2.11	0.38	2.45	0.82	0.17
修正后的四线性模型	0.10	2.11	0.25	2.45	0.60	0.90

chinaXiv:202303.00400v1

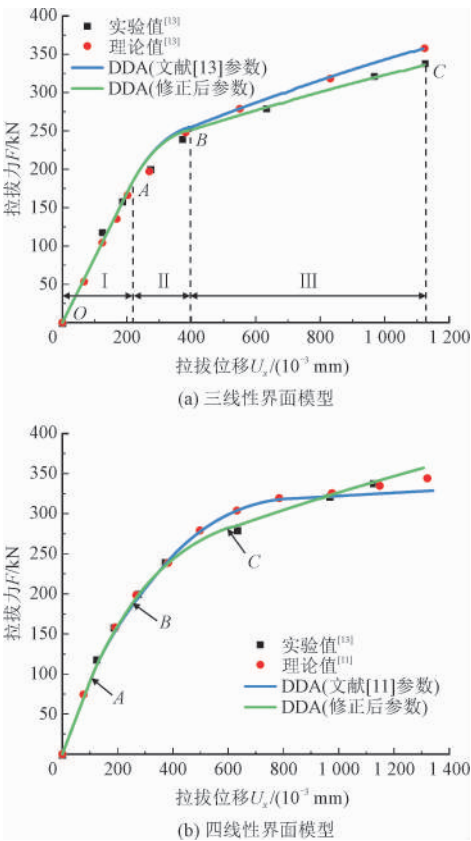


图 4 针对文献[13]实验的拉拔力-拉拔位移曲线对比  
Fig. 4 Pulling force-displacement curve comparisons regarding the referred experiment<sup>[13]</sup>

在图 4(a)中,可以看出,采用修正后的三线性界面模型参数得到的拉拔力-拉拔位移曲线可较明显的分为 3 个特征段。第 I 阶段(OA 段)为弹性阶

段,曲线呈线性上升趋势,这时 DDA 模拟中锚杆上所有节点均处于三线性界面模型的弹性阶段;第 II 阶段(AB 段)为弹性-塑性软化混合阶段,这时靠近拉拔端的节点逐步进入三线性界面模型的塑性软化阶段;第 III 阶段(BC 段)为弹性-塑性软化-滑移混合阶段,这时靠近拉拔端的节点逐步进入脱黏阶段。在图 4(b)中,A、B 和 C 分别代表采用修正后的四线性界面模型时,靠近锚杆拉拔端节点开始进入界面模型的塑性剪胀阶段、塑性软化阶段和脱黏阶段的时刻。可以看出,采用四线性界面模型得到的曲线更加平滑,其阶段性不明显。

2.2 锚杆界面切应力分析

针对文献[13]的拉拔实验,在不同的拉拔力条件下,分别采用修正三、四线性界面模型,通过 DDA 模拟得到的锚杆界面切应力曲线如图 5 所示。可以看出,锚杆界面切应力沿锚杆轴线的分布形态与所采用的多线性界面模型形态相似,且随着拉拔力的增加,锚杆界面切应力峰值由拉拔端逐渐向嵌入端转移。就锚杆上同一位置而言,随着拉拔力的施加,锚杆单元/节点先处于弹性阶段,当采用四线性界面模型时,随后则会进入塑性剪胀阶段,直至切应力达到峰值;当拉拔力进一步增大,锚杆单元/节点随之进入塑性软化阶段,界面切应力开始下降,随后由于界面脱黏的发生,界面切应力降低至恒定残余应力而不再变化。

ChinaXiv-202303.00403v1

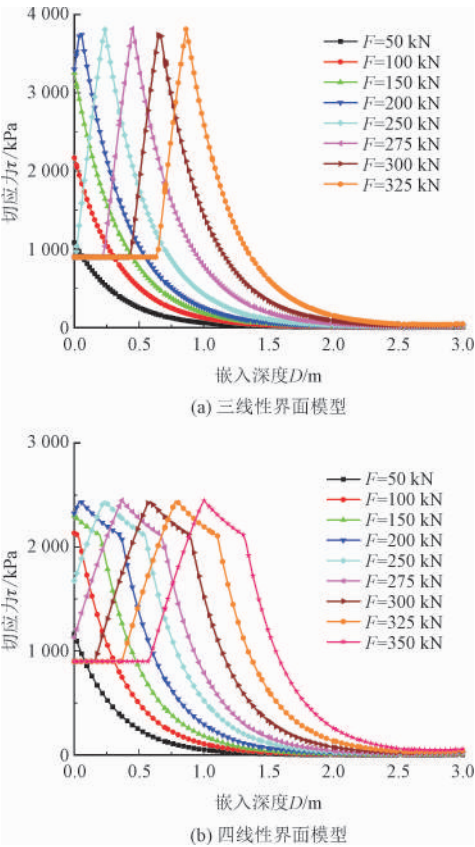


图5 锚杆-岩体界面切应力分布曲线

Fig. 5 Bolt-rock interface shear stress distribution curves

2.3 锚杆轴力分析

在不同的拉拔力条件下,分别采用修正三、四线性界面模型,通过 DDA 模拟得到的锚杆轴力曲线与文献[13]的实验及理论模型结果对比如图 6 所示。可以看出,锚杆的轴力随着嵌入深度增加而逐渐减小,且轴力曲线形态特征会随着拉拔力的变化而改变。图中的软化分界点为锚杆上最大界面切应力所在位置,开裂分界点为距离拉拔端距离最远的处于脱黏阶段的节点位置。因此,开裂分界点往左与锚杆拉拔端之间的锚杆单元处于脱黏阶段,开裂分界点往右至软化分界点之间的锚杆单元处于塑性软化阶段,而软化分界点往右至嵌入端的锚杆单元处于弹性或塑性剪胀阶段。

从图 6 可以看出,在不同的拉拔力条件下,DDA 模拟结果与实验结果均吻合较好。当拉拔力  $F = 160\text{ kN}$  时,锚杆上所有节点均处于弹性阶段,节点力随嵌入深度持续减小,轴力从拉拔端到嵌入端逐渐下降,曲线总体呈现下凹形态。当  $F = 250\text{ kN}$  时,轴力曲线在软化分界点左侧呈上凸形态,这是因为该范围内节点处于塑性软化阶段,且越靠近拉拔端,

锚杆节点力越小。曲线在软化分界点右侧呈下凹形态,这是因为该部分节点处于弹性或塑性剪胀阶段,越靠近软化分界点,锚杆节点力越大。与  $F = 250\text{ kN}$  类似,当  $F = 300\text{ kN}$  时,轴力曲线在软化分界点左侧呈上凸形态,右侧呈下凹形态。开裂分界点左侧的节点处于脱黏阶段,这时锚杆单元界面切应力为恒定的残余应力。

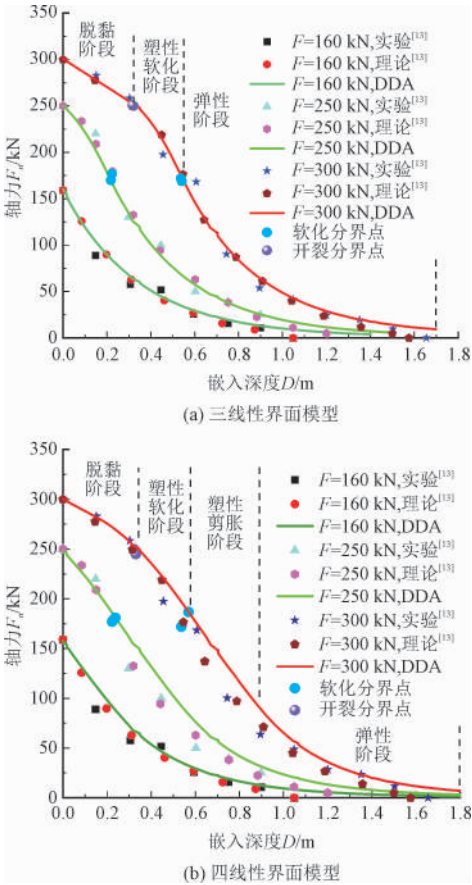


图6 锚杆轴力变化曲线

Fig. 6 Axial force variation curves of the bolt

2.4 锚杆弹性模量对模拟结果的影响

上文锚杆拉拔力-拉拔位移、界面切应力和轴力的分析表明,采用本研究所发展的锚杆拉拔 DDA 模拟方法,基于修正的多线性界面模型,能够较好地再现拉拔实验力学作用过程,并在此基础上揭示锚杆拉拔的力学机制。以下在文献[13]的实验基础上,采用修正后的四线性界面模型,对不同锚杆弹性模量条件下的锚杆拉拔进行模拟,分析锚杆弹性模量对拉拔力学响应的影响。图 7 为 DDA 模拟得到的锚杆拉拔力-拉拔位移、界面切应力和轴力结果,其中锚杆弹性模量分别取值为  $0.9E_b$ 、 $0.95E_b$ 、 $1.00E_b$ 、 $1.05E_b$  和  $1.1E_b$  ( $E_b = 210\text{ GPa}$ )。

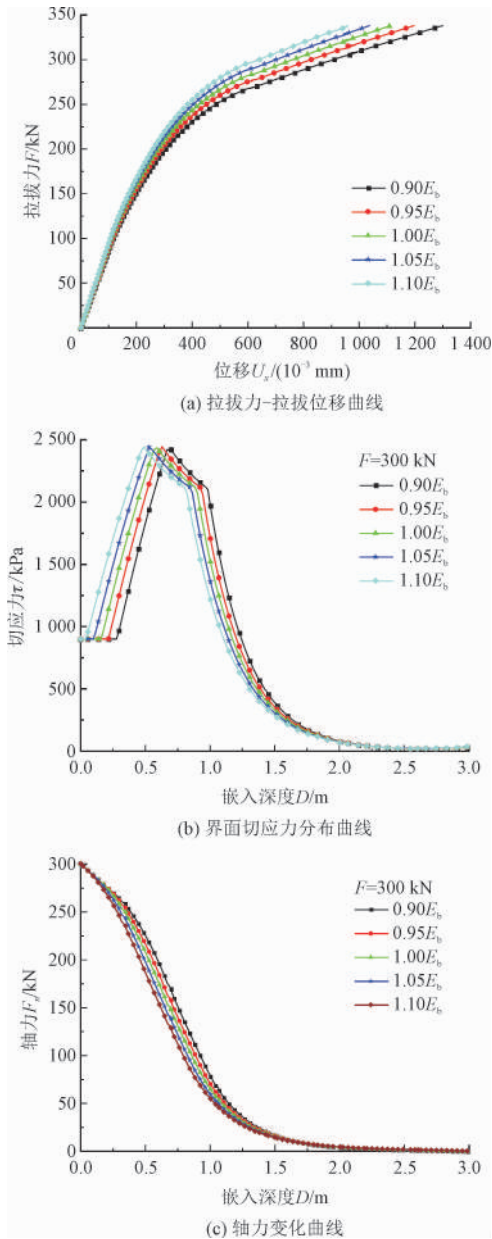


图7 不同锚杆弹性模量条件下的模拟结果

Fig. 7 Simulation results under different bolt modulus conditions

从图 7(a) 可以看出,随着锚杆弹性模量的增加,相同拉拔力条件下的拉拔位移减小,即锚杆的轴向伸长量也减小;同时,随着拉拔力的增大,由于靠近拉拔端的节点逐渐进入塑性软化和脱黏阶段,减小了岩体对锚杆的切向约束作用,弹性模量对拉拔位移的影响也越来越大。此外,在相同的拉拔力 ( $F = 300$  kN) 条件下,由于较大的弹性模量导致更小的锚杆伸长量,减小了锚杆与岩体间的相对位移,从而使得锚杆上靠近拉拔端达到塑性软化和脱黏阶段的节点数量相对较少,对应的节点力更大。因此,如图 7(b) 和图 7(c) 所示,随着锚杆弹性模量的增加,界面切应力峰值更加靠近拉拔端,且沿着锚杆拉

拔端向嵌入端的方向,锚杆轴力下降的速率更大。

### 3 结 论

本研究在 DDA 中引入了锚杆-岩体界面耦合作用算法,采用多线性黏结滑移界面模型模拟锚杆的滑移脱黏,针对实际拉拔实验开展对照模拟,研究了锚杆拉拔的力学作用过程和机制。所得结论如下。

1) 基于修正参数的多线性界面模型,模拟得到的锚杆拉拔力-拉拔位移、界面切应力和轴力的变化和分布规律与实验结果吻合良好,验证了所提算法的正确性与适用性。

2) 采用三线性界面模型时,拉拔力-拉拔位移曲线呈现较为明显的 3 阶段特征,而采用四线性界面模型时,拉拔力-拉拔位移曲线更加平滑,且与实验结果吻合程度更高。

3) 锚杆界面切应力的分布形态与多线性界面模型形态相似,沿嵌入端向拉拔端逐渐经历弹性和塑性剪胀、塑性软化及脱黏阶段。随着拉拔力的增加,界面切应力峰值逐渐由拉拔端向嵌入端转移。

4) 在不同拉拔力条件下,锚杆轴力曲线上的软化分界点和开裂分界点位置与实验结果基本一致。拉拔力较小时,锚杆界面处于弹性或塑性剪胀阶段,轴力曲线呈下凹形态;随着拉拔力的增大,靠近锚杆拉拔端的节点逐渐进入塑性软化或脱黏阶段,对应部分的轴力曲线呈上凸形态。

5) 随着锚杆弹性模量的增加,由于锚杆轴向伸长变形量的减小,相同的拉拔力将导致更小的拉拔位移,且界面切应力峰值更靠近拉拔端,锚杆轴力沿拉拔端向嵌入端下降更快。

本研究锚杆-岩体界面耦合作用算法的实现,也为岩体锚固的 DDA 模拟分析创造了条件。

### 参考文献

- [1] 罗彦斌,陈建勋. 软弱围岩隧道锁脚锚杆受力特性及其力学计算模型[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(8): 1519-1525.  
LUO Yanbin, CHEN Jianxun. Mechanical characteristics and mechanical calculation model of tunnel foot-lock bolt in weak surrounding rock[J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2013, 35(8): 1519-1525 (in Chinese).
- [2] 周浩,肖明,陈俊涛. 大型地下洞室全长黏结式岩石锚杆锚固机制研究及锚固效应分析[J]. 岩土力学, 2016, 37(5): 1503-1511.  
ZHOU Hao, XIAO Ming, CHEN Juntao. Study of anchoring mechanism and analysis of anchoring effect of fully grouted rock anchor in



- large-scale underground caverns [J]. *Rock and soil mechanics*, 2016, 37(5):1503-1511 (in Chinese).
- [3] 康红普. 我国煤矿巷道锚杆支护技术发展 60 年及展望[J]. *中国矿业大学学报*, 2016, 45(6):1071-1081.
- KANG Hongpu. Sixty years development and prospects of rock bolting technology for underground coal mine roadways in China [J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2016, 45(6):1071-1081 (in Chinese).
- [4] ZHENG Yun, CHEN Congxin, LIU Tingting, et al. Stability analysis of anti-dip bedding rock slopes locally reinforced by rock bolts[J]. *Engineering geology*, 2019, 251:228-240.
- [5] 李冲, 徐金海, 李明. 全长锚固预应力锚杆杆体受力特征分析[J]. *采矿与安全工程学报*, 2013, 30(2):188-193.
- LI Chong, XU Jinhai, LI Ming. The mechanical characteristics analysis of fully anchored pre-stressed bolts in coal mines[J]. *Journal of mining & safety engineering*, 2013, 30(2):188-193 (in Chinese).
- [6] 何满潮, 郭志彪. 恒阻大变形锚杆力学特性及其工程应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2014, 33(7):1297-1308.
- HE Manchao, GUO Zhibiao. Mechanical property and engineering application of anchor bolt with constant resistance and large deformation [J]. *Chinese journal of rock mechanics and engineering*, 2014, 33(7):1297-1308 (in Chinese).
- [7] 张伟, 刘泉声. 节理岩体锚杆的综合变形分析[J]. *岩土力学*, 2012, 33(4):1067-1074.
- ZHANG Wei, LIU Quansheng. Synthetical deformation analysis of anchor bolt in jointed rock mass [J]. *Rock and soil mechanics*, 2012, 33(4):1067-1074 (in Chinese).
- [8] LI Xuwei, NEMCIK J, MIRZACHORBANALI A, et al. Analytical model of shear behaviour of a fully grouted cable bolt subjected to shearing[J]. *International journal of rock mechanics and mining sciences*, 2015, 80:31-39.
- [9] 易梅辉, 高文华, 向德强, 等. 基于流变理论的压力型锚杆锚固段荷载传递机理研究[J]. *应用力学学报*, 2020, 37(4):1556-1563.
- YI Meihui, GAO Wenhua, XIANG Deqiang, et al. Study on load transfer mechanism of pressure anchor anchorage section based on rheological theory[J]. *Chinese journal of applied mechanics*, 2020, 37(4):1556-1563 (in Chinese).
- [10] 毛筱霏, 胡富利, 王茜, 等. 夯筑遗址加固中楠竹锚杆应力分布变化规律研究[J]. *应用力学学报*, 2021, 38(1):345-353.
- MAO Xiaofei, HU Fuli, WANG Xi, et al. Study on the stress distribution of Nanzhu bolt in the consolidation of ramming site[J]. *Chinese journal of applied mechanics*, 2021, 38(1):345-353 (in Chinese).
- [11] 李鹏飞, 黄靖络, 王帆. 锚杆受拉拔荷载渐进失效全过程与影响因素[J]. *北京工业大学学报*, 2021, 47(4):346-356.
- LI Pengfei, HUANG Jingluo, WANG Fan. Progressive failure process and influencing factors of bolts under the loading of pullout [J]. *Journal of Beijing University of Technology*, 2021, 47(4):346-356 (in Chinese).
- [12] 荣冠, 朱焕春, 周创兵. 螺纹钢与圆钢锚杆工作机理对比实验研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, 23(3):469-475.
- RONG Guan, ZHU Huanchun, ZHOU Chuangbing. Testing study on working mechanism of fully grouted bolts of thread steel and smooth steel [J]. *Chinese journal of rock mechanics and engineering*, 2004, 23(3):469-475 (in Chinese).
- [13] 刘波, 李东阳, 段艳芳, 等. 锚杆-砂浆界面黏结滑移关系的实验研究与破坏过程解析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(增刊 1):2790-2797.
- LIU Bo, LI Dongyang, DUAN Yanfang. Experimental study of bond-slip relationship between bolt and mortar and theoretical solution to failure process [J]. *Chinese journal of rock mechanics and engineering*, 2011, 30(S1):2790-2797 (in Chinese).
- [14] MARTIN L B, TIJANI H, HASSEN F H. A new analytical solution to the mechanical behaviour of fully grouted rockbolts subjected to pull-out tests [J]. *Construction and building materials*, 2011, 25(2):749-755.
- [15] IVANOVI A, NEILSON R D. Modelling of debonding along the fixed anchor length[J]. *International journal of rock mechanics and mining sciences*, 2009, 46(4):699-707.
- [16] MA S Q, NEMCIK J, AZIZ N. Simulation of fully grouted rockbolts in underground roadways using FLAC2D[J]. *Canadian geotechnical journal*, 2014, 51(8):911-920.
- [17] 车纳, 王华宁, 蒋明镜, 等. 岩石锚杆锚固段拉拔破坏机理离散元分析[J]. *地下空间与工程学报*, 2018, 14(增刊 2):716-724.
- CHE Na, WANG Huaning, JIANG Mingjing, et al. Mechanism investigation of rock bolt failure in anchorage segment under pullout via DEM [J]. *Chinese journal of underground space and engineering*, 2018, 14(S2):716-724 (in Chinese).
- [18] SHI Genhua. Discontinuous deformation analysis: A new numerical model for the statics and dynamics of deformable block structures [J]. *Engineering computations*, 1992, 9:157-168.
- [19] NING Youjun, ZHAO Zhiye. A detailed investigation of block dynamic sliding by the discontinuous deformation analysis [J]. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 2013, 37(15):2373-2393.
- [20] NING Youjun, YANG Zheng, WEI Bin, et al. Advances in two-dimensional discontinuous deformation analysis for rock-mass dynamics [J]. *International journal of geomechanics*, 2017, 17(5):E6016001.
- [21] NIAN Tingkai, ZHANG Yanjun, WU Hao, et al. Runout simulation of seismic landslides using discontinuous deformation analysis (DDA) with state-dependent shear strength model [J]. *Canadian geotechnical journal*, 2020, 57(8):1183-1196.
- [22] ZHENG Fei, ZHUANG Xiaoying, ZHENG Hong, et al. Discontinuous deformation analysis with distributed bond for the modelling of rock deformation and failure [J]. *Computers and geotechnics*, 2021, 139:104413.